

ROZDZIAŁ VII.

Obwód magnetyczny.

1. Strumień indukcji magnetycznej.

Zjawiska magnetyczne, zachodzące w rozmaitych ośrodkach, możemy przedstawić i opisać przez ujęcie w dość proste wzory matematyczne, wprowadzając pojęcie strumienia indukcji magnetycznej, które określamy ściśle w sposób następujący:

Przedstawmy sobie, że linie indukcji magnetycznej przenikają pewną powierzchnię (rys. 42), na której wybieramy tak małą cząstkę ds , że w jej obrębie wartość indukcji magnetycznej B możemy uważać za stałą. Wektor n , prostopadły do ds , tworzy z kierunkiem indukcji kąt α , możemy więc napisać:

$$dN = B \cdot ds \cdot \cos \alpha,$$

gdzie dN nazywamy strumieniem indukcji magnetycznej, przechodzącym przez cząstkę powierzchni ds .

Strumień indukcji uzmysławiamy sobie jako wiązkę linii indukcji, przenikających rozważaną powierzchnię. Zamiast strumienia indukcji niekiedy nawet używamy wyrażenia liczba linii indukcji.

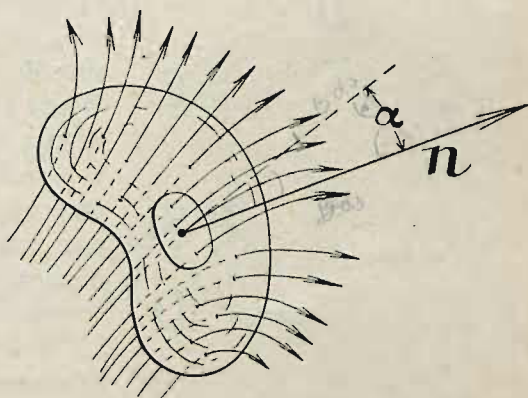
Wyznaczając z powyższego równania B , otrzymamy:

$$B = \frac{dN}{ds \cdot \cos \alpha}.$$

Na podstawie tego wzoru określimy indukcję magnetyczną jako gęstość linii indukcji, bowiem gdy dN jest liczbą linii indukcji, to B jest liczbą tych linii, przypadającą na jednostkę powierzchni prostopadłej do linii. Są to wyrażenia obrazowe, lecz nie ściśle, należy więc ich unikać.

Powyższe linie nazywamy często krócej liniami magnetycznymi, a stąd i strumień indukcji magnetycznej strumieniem magnetycznym.

Prostsza postać przybierają powyższe równania, gdy indukcja B jest jedno-



Rys. 42.

stajna na całej powierzchni s , prostopadłej do linii indukcji; wtedy $\alpha = 0^\circ$, $\cos 0^\circ = 1$ i strumień indukcji N przez powierzchnię s wyniesie:

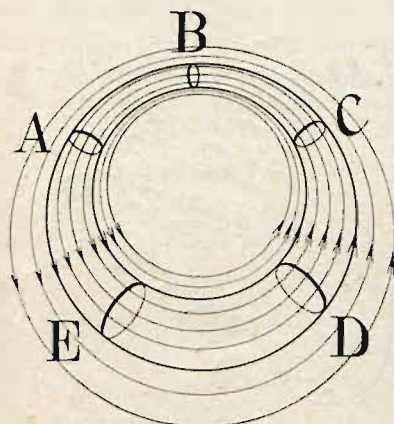
$$N = B \cdot s,$$

a stąd

$$B = \frac{N}{s}.$$

Indukcję magnetyczną B mierzymy zawsze w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych, a s w centymetrach kwadratowych, zatem i strumień indukcji N otrzymamy z pierwszego równania w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych. Niektórzy dla bezwzględnych jednostek natężenia pola, a więc i indukcji stosują nazwę **gaus**, a dla jednostki bezwzględnej strumienia indukcji nazwę **makswel**. Więc np., gdy w polu magnetycznym jednostajnym o indukcji magnetycznej 15 000 gausów znajduje się płaszczyzna prostopadła do linii indukcji, a pole powierzchni tej płaszczyzny wynosi 200 cm^2 , to strumień indukcji przez tę powierzchnię jest 3 000 000 makswełów.

Strumień indukcji magnetycznej ma tę cechę charakterystyczną, że wielkość jego dookoła jest zawsze niezmienna (rys. 43)¹⁾. Zgodne to jest z wyobrażeniem



Rys. 43.

o liniach zamkniętych indukcji magnetycznej. Przedstawmy sobie w ośrodku, gdzie przebiegają linie indukcji, (rys. 43) rurkę, utworzoną w ten sposób, że linie te układają się wzdłuż ścianek. Wtedy żadna z linii indukcji, znajdujących się wewnątrz rurki, nie wybiega na zewnątrz, gdyż w przeciwnym razie linie na powierzchni rurki przecięłyby się i w jednym punkcie mielibyśmy dwa różne kierunki indukcji, co oczywiście jest niemożliwe. Wobec tego liczba linii indukcji wewnątrz rurki na całej jej długości jest niezmienna.

Przetnijmy rurkę szeregiem powierzchni poprzecznych A , B , C i D . Przez każdy przekrój przechodzi ta sama liczba linii, czyli mówiąc ściślej, ten sam strumień indukcji.

Twierdzenie to da się wyrazić wzorem następującym:

$$\int_A B_1 ds_1 \cos \alpha_1 = \int_B B_2 ds_2 \cos \alpha_2 = \int_C B_3 ds_3 \cos \alpha_3 = \int_D B_4 ds_4 \cos \alpha_4.$$

Gdy np. powierzchnie A i B są prostopadłe do linii indukcji magnetycznej w odpowiednich miejscach, możemy napisać:

$$\int_A B_1 ds_1 = \int_B B_2 ds_2,$$

a zakładając jeszcze, że na każdej z tych powierzchni indukcja jest jednostajna, otrzymamy:

$$B_1 s_1 = B_2 s_2.$$

¹⁾ Patrz uzasadnienie teoretyczne w Rozdziale VII, paragraf 2.

Z tego równania wynika, że:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{s_2}{s_1}.$$

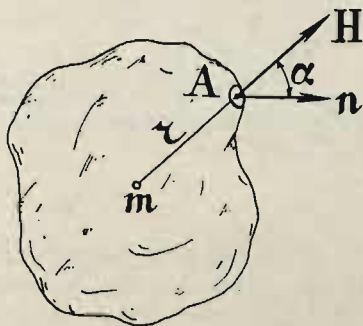
Wzór powyższy wskazuje, że w tym wypadku indukcja jest odwrotnie proporcjonalna do pól przekrojów s_1 i s_2 . Gdzie więc rurka jest szersza, tam indukcja mniejsza.

2. Teoretyczne uzasadnienie własności strumienia indukcji magnetycznej.

Strumień sił. Rozważmy pole magnetyczne, wywołane przez masę magnetyczną m (rys. 44). W punkcie A , znajdującym się na odległości r od masy m , natężenie pola H , wywołane przez tę masę w ośrodku o przenikliwości magnetycznej μ , wyrażamy wzorem:

$$H = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m}{r^2},$$

zgodnie z wywodem, podanym w paragrafie 2 rozdziału VI. Kierunek natężenia wskazuje wektor H , leżący na przedłużeniu linii r . W każdym innym punkcie przestrzeni wzór dla H jest taki sam, kierunki zaś natężeń we wszystkich punktach wokół masy m biegną wzdłuż promieni, przeprowadzonych z tego punktu, gdzie znajduje się masa m .



Rys. 44.

Załóżmy, że masa m jest otoczona powierzchnią zamkniętą. Wybieramy taką cząstkę powierzchni ds , aby w jej środku znajdował się punkt A ; wektor An prostopadły do ds , tworzy z H kąt α . Wielkość dN_s , określoną przez wyraz:

$$dN_s = H ds \cdot \cos \alpha^1)$$

nazywamy strumieniem sił przez powierzchnię ds .

Suma takich wyrazów, wzięta dla całej powierzchni zamkniętej:

$$N_s = \int H ds \cdot \cos \alpha$$

jest strumieniem sił, wywołanym przez masę m w przestrzeni otaczającej.

Za pomocą prostego rozumowania możemy tę całkę wyrazić przez masę magnetyczną m .

Iloczyn $ds \cdot \cos \alpha$ jest rzutem cząstki powierzchni ds na powierzchnię prostopadłą do H , słowem, jest cząstką tej powierzchni prostopadłej do H , a więc i do r ; taką cząstkę powierzchni możemy wyrazić iloczynem $d\omega \cdot r^2$ ²⁾, oznaczając

¹⁾ Wektor An jest zawsze zwrócony na zewnątrz powierzchni zamkniętej, a przeto, zależnie od kierunku natężenia pola, α może być $< 90^\circ$, $= 90^\circ$, albo $> 90^\circ$, odpowiednio do tego $dN > 0$, $dN = 0$ i $dN < 0$.

²⁾ Jest to wyraz cząstki powierzchni kuli, której środek znajduje się w punkcie m , a promień jest r .

przez $d\omega$ kąt bryłowy, odpowiadający części powierzchni ds . Mamy więc równanie:

$$ds \cdot \cos \alpha = d\omega \cdot r^2.$$

Podstawiając wyrazy dla H i dla $ds \cdot \cos \alpha$ w równaniu strumienia sił, otrzymamy:

$$N_s = \frac{m}{\mu} \cdot \int d\omega.$$

Suma kątów bryłowych cząstkowych, odpowiadających cząstkom powierzchni zamkniętej, równa się kątowi bryłowemu, odpowiadającemu powierzchni kuli, t. j. $= 4\pi$, stąd:

$$N_s = \frac{1}{\mu} \cdot 4\pi m.$$

Gdy wewnątrz powierzchni zamkniętej znajdować się będzie kilka mas magnetycznych, ogólny strumień sił wypadnie:

$$N_s = \frac{1}{\mu} \cdot 4\pi \Sigma m.$$

Gdy zaś mas magnetycznych wewnątrz tej zamkniętej powierzchni nie będzie, lub też, gdy suma mas dodatnich będzie równa sumie mas ujemnych,

$$\Sigma m = 0,$$

a więc:

$$N_s = 0.$$

Wtedy strumień całkowity, przechodzący przez tę powierzchnię, równa się zeru. Nie zawsze to znaczy, że żaden strumień przez tę powierzchnię nie przechodzi, strumień dodatni — wychodzący może się równać strumieniowi wchodzącemu — ujemnemu, tak, że suma wypadła równa zeru.

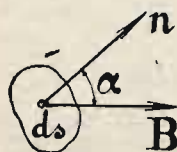
Strumień indukcji magnetycznej. Analogicznie do strumienia sił, strumieniem indukcji magnetycznej nazywamy wyraz: (rys. 45):

$$dN = B \cdot ds \cdot \cos \alpha.$$

W ośrodku jednorodnym, w którym μ jest wszędzie jednakowe, strumień indukcji magnetycznej podlega temu samemu prawu, co i strumień sił, ponieważ:

$$dN = B ds \cdot \cos \alpha = \mu \cdot H ds \cdot \cos \alpha = \mu \cdot dN_s.$$

Wewnątrz ośrodków jednorodnych ¹⁾ w najmniejszej nawet objętości suma mas magnetycznych jest równa zeru, ponieważ, na zasadzie wyobrażeń o budowie molekularnej ciał magnetycznych, najdrobniejsza cząsteczka



Rys. 45.

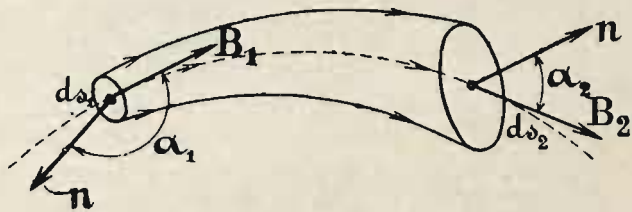
¹⁾ Mamy tu na myśli takie ośrodki, w których przenikliwość magnetyczna μ jest wszędzie jednakowa i niezależna od wielkości natężenia pola magnesującego.

ciała jest magnesem o dwóch biegunach, a więc o dwóch równych masach magnetycznych.¹⁾

Strumień sił przez dowolną zamkniętą powierzchnię wewnątrz ośrodka jednorodnego w powyższych warunkach równa się zeru, ponieważ suma algebraiczna mas magnetycznych wewnątrz tej powierzchni jest zero.

Strumień indukcji, jak widzimy z poprzedniego równania, jest proporcjonalny do strumienia sił, gdyż współczynnik μ dla całej przestrzeni, według założenia, jest stały. Jeżeli więc strumień sił jest tu równy zeru, to równa się zeru i strumień indukcji magnetycznej.

Zastosujemy to twierdzenie do rurek indukcji. Gdy w polu indukcji magnetycznej przedstawimy sobie rurkę (rys. 46), której ścianki boczne mają taki kształt, że linie indukcji układają się na nich, to rurka nazywa się rurką lub strugą indukcji. Na podstawie twierdzeń powyższych łatwo wykazemy, że strumień indukcji wewnątrz takiej rurki w ośrodku jednorodnym jest stały.



Rys. 46.

Założmy, że rurka jest przecięta w dwóch miejscach płaszczyznami, których części, leżące wewnątrz rurki, oznaczmy przez ds_1 i ds_2 .

Cały strumień indukcji, przepływający przez powierzchnię zamkniętą, składającą się z dwóch podstaw i ścianek bocznych rurki, na zasadzie twierdzenia podanego wyżej, równa się zeru.

Strumień, przechodzący przez ściany boczne, równa się zeru, gdyż $\alpha = 90^\circ$, a więc $\cos \alpha = 0$. Pozostaje zatem suma strumieni przez podstawy ds_1 i ds_2 ; suma ta musi równać się zeru:

$$B \cdot ds_1 \cdot \cos \alpha_1 + B_2 \cdot ds_2 \cdot \cos \alpha_2 = 0,$$

albo:

$$B_1 \cdot ds_1 \cdot \cos \alpha_1 = -B_2 \cdot ds_2 \cdot \cos \alpha_2.$$

Równanie to wskazuje, że strumień, wchodzący przez podstawę ds_1 , równa się strumieniowi, wychodzącemu przez podstawę ds_2 .

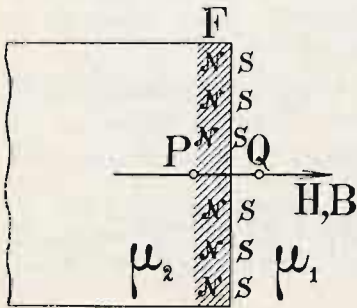
Mamy więc tu do czynienia ze strumieniem ciągłym, którego wartość wzdłuż każdej strugi jest stałą.

Powyższe dowodzenie stosuje się oczywiście tylko do strug indukcji, przebiegających w ośrodkach jednorodnych.

Przejście strumienia indukcji z jednego ośrodka do drugiego. Założmy, że powierzchnia F rozdziela dwa ośrodki o różnych przenikliwościach magnetycznych— μ_1 i μ_2 (rys. 47). Punkt P leży w ośrodku o przenikliwości magnetycznej μ_2 , a Q w drugim ośrodku o przenikliwości magnetycznej μ_1 , oba nieskończenie

¹⁾ Na podstawie doświadczenia w teorii magnetyzmu przyjmujemy, że masy magnetyczne na dwóch biegunach magnesu są sobie liczbowo równe.

blisko powierzchni F . Oznaczmy natężenie pola magnesującego przez H i założmy, że jest ono skierowane wprawo, prostopadłe do powierzchni F . Magnesy molekularne w rozważanych ośrodkach będą miały różne masy magnetyczne. W tym ośrodku, którego przenikliwość μ jest większa, a więc i ν większe, masy magnetyczne będą większe; przeto na powierzchni F z dwóch stron powstaną dwie warstwy magnetyzmu różnoimienne, jedna południowa, druga północna o różnej gęstości.



Rys. 47.

Założmy, że gęstość jednej warstwy w ośrodku o przenikliwości μ_1 jest g_1 , a w ośrodku o przenikliwości μ_2 jest g_2 , wtedy natężenie pola całkowite w punktach P i Q wyrazić możemy wzorami: ¹⁾

$$H_Q = H + \frac{1}{\mu_0} 2\pi \cdot g_2 - \frac{1}{\mu_0} 2\pi \cdot g_1,$$

$$H_P = H - \frac{1}{\mu_0} 2\pi \cdot g_2 + \frac{1}{\mu_0} 2\pi \cdot g_1.$$

Indukcja magnetyczna w punktach P i Q będzie:

$$B_Q = \mu_0 \cdot H + 2\pi \cdot g_2 - 2\pi \cdot g_1 + 4\pi \cdot g_1 = \mu_0 \cdot H + 2\pi \cdot (g_1 + g_2),$$

$$B_P = \mu_0 \cdot H - 2\pi \cdot g_2 + 2\pi \cdot g_1 + 4\pi \cdot g_2 = \mu_0 \cdot H + 2\pi \cdot (g_1 + g_2).$$

Z tych wzorów widzimy, że natężenie pola zmienia się przy przejściu z jednego ośrodka do drugiego, natomiast indukcja magnetyczna pozostaje w rozważanym wypadku bez zmiany, a więc i ciągłość strumienia magnetycznego zachowuje się przy przejściu z jednego ośrodka do drugiego.

Rozważmy jeszcze wypadek inny (rys. 48), gdy natężenie pola magnesującego H jest skierowane pod kątem γ względem linii, prostopadłej do powierzchni F . W tym razie na powierzchni F powstają również masy magnetyczne o gęstościach g_1 i g_2 . Natężenia pól, pochodzące od tych mas, ²⁾ oznaczone na rysunku przez H' i H'' , będą jednak dodawać się do natężenia magnesującego geometrycznie i wypadkowe natężenia pól, wzdłuż których jest skierowana również indukcja magnetyczna, tworzą z prostą prostopadłą do powierzchni F kąty różne α i β (rys. 49).

Wyznamy przedewszystkim stosunek tangensów kątów α i β .

¹⁾ Patrz wyprowadzenie wzoru dla indukcji magnetycznej w Rozdziale VI, § 2. Zwrócić również należy uwagę na to, że warstwa magnetyzmu północnego wywołuje w punkcie Q natężenie pola, zwrócone w prawo, a południowego w lewo, w punkcie zaś P na odwrót, magnetyzm północny wywołuje natężenie pola wlewo, a południowy wprawo.

²⁾ Na rysunku przyjmujemy, że $g_2 > g_1$, więc wpływ warstwy magnetycznej północnej przeważa, wskutek czego H' jest zwrócone w prawo, a H'' w lewo.

Z układu trójkątów na rys. 48, biorąc rzuty na kierunek prostopadły do F i równoległy do F , widzimy, że:

$$H_1 \cdot \sin \alpha = H \cdot \sin \gamma$$

$$H_1 \cdot \cos \alpha = H \cdot \cos \gamma + H',$$

a więc:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{H \cdot \sin \gamma}{H \cdot \cos \gamma + H'},$$

w podobny sposób

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{H \cdot \sin \gamma}{H \cdot \cos \gamma - H''}$$

i

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{H \cdot \cos \gamma - H''}{H \cdot \cos \gamma + H'},$$

lecz

$$H' = H'' = \frac{1}{\mu_0} \cdot 2\pi \cdot (g_2 - g_1),$$

więc:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{H \cdot \cos \gamma - \frac{1}{\mu_0} \cdot 2\pi \cdot (g_2 - g_1)}{H \cdot \cos \gamma + \frac{1}{\mu_0} \cdot 2\pi \cdot (g_2 - g_1)}.$$

Gęstości magnetyzmu g_1 i g_2 możemy wyrazić przez natężenia pól w punktach P i Q i zdolność magnetyczną ośrodków ν_1 i ν_2 , uwzględniając, że natężenia pól nie są prostopadłe do powierzchni F .¹⁾

$$g_2 = \mu_0 \cdot \nu_2 \cdot H_2 \cdot \cos \beta$$

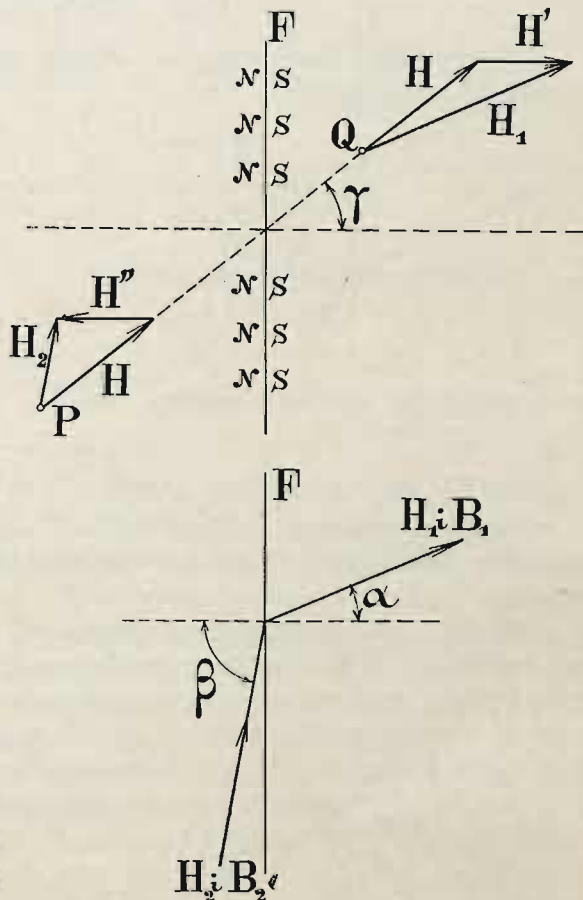
$$g_1 = \mu_0 \cdot \nu_1 \cdot H_1 \cdot \cos \alpha$$

$$g_2 - g_1 = \mu_0 \cdot (\nu_2 \cdot H_2 \cdot \cos \beta - \nu_1 \cdot H_1 \cdot \cos \alpha).$$

Lecz z rysunku 48 widzimy, że:

$$H_2 \cdot \cos \beta = H \cdot \cos \gamma - \frac{1}{\mu_0} \cdot 2\pi \cdot (g_2 - g_1)$$

$$i \quad H_1 \cdot \cos \alpha = H \cdot \cos \gamma + \frac{1}{\mu_0} \cdot 2\pi \cdot (g_2 - g_1).$$



Rys. 48 i 49.

¹⁾ Gdy powierzchnia nie jest prostopadła do natężenia, to $g = \mu_0 \nu \cdot H \cdot \cos \gamma$ (γ kąt pomiędzy H i prostopadłą do powierzchni); wynika to z układu magnesów molekularnych, np. gdy natężenie magnesujące jest skierowane równoległe do powierzchni, to $g = 0$, wtedy bowiem wszystkie magnesy molekularne będą skierowane swymi osiami równoległe do powierzchni.

Podstawiając te wyrazy w powyższe równanie i wyznaczając $(g_2 - g_1)$, otrzymamy:

$$g_2 - g_1 = \frac{\mu_0 \cdot H \cos \gamma \cdot (\nu_2 - \nu_1)}{1 + 2\pi \cdot \nu_1 + 2\pi \cdot \nu_2}.$$

Podstawiając zaś otrzymaną wartość dla $(g_2 - g_1)$, we wzór dla stosunku tangensów, otrzymamy:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{H \cdot \cos \gamma - 2\pi \cdot \frac{H \cdot \cos \gamma \cdot (\nu_2 - \nu_1)}{1 + 2\pi \cdot \nu_1 + 2\pi \cdot \nu_2}}{H \cdot \cos \gamma + 2\pi \cdot \frac{H \cdot \cos \gamma \cdot (\nu_2 - \nu_1)}{1 + 2\pi \cdot \nu_1 + 2\pi \cdot \nu_2}}.$$

Po skróceniu będziemy mieli:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{1 + 4\pi \cdot \nu_1}{1 + 4\pi \cdot \nu_2},$$

albo, zastępując ν przez μ według równania (e) strona 36, otrzymamy:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Wzór ten wskazuje, że linie indukcji magnetycznej załamują się i stosunek tangensów kątów padania i załamania równa się stosunkowi przenikliwości magnetycznych ośrodków.

W praktyce najważniejsze znaczenie ma wypadek, gdy w układzie jednostek bezwzględnych elektromagnetycznych $\mu_1 = 1$, a μ_2 jest bardzo duże, np. wynosi kilka tysięcy; ma to miejsce wtedy, gdy linie indukcji przechodzą z żelaza do powietrza; w tych warunkach nawet przy dużym kącie β , kąt α jest bliski 0° , a więc linie indukcji są zawsze prawie prostopadłe do powierzchni żelaza.

Z powyższych wzorów łatwo również znajdziemy stosunek wielkości indukcji magnetycznej w punktach P i Q .

Wiemy, że:

$$B_1 = \mu_1 \cdot H_1,$$

$$B_2 = \mu_2 \cdot H_2,$$

a z trójkątów na rys. 48 wypada, że rzuty H_1 i H_2 na płaszczyznę F są równe, ponieważ rzuty te są równe rzutom wielkości H . Mamy więc:

$$H_1 \sin \alpha = H_2 \sin \beta,$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Mając to na względzie i przyjmując pod uwagę wzór, wyrażający stosunek μ_1 do μ_2 , otrzymamy:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\sin \beta \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}.$$

Widzimy stąd, że indukcja magnetyczna w punkcie P nie równa się indukcji magnetycznej w punkcie Q .

Rozważmy teraz strumień indukcji magnetycznej, przechodzący przez część powierzchni F ; oznaczmy część tę przez ds (rys. 50). Strumień, wychodzący z ośrodka o przenikliwości μ_2 , będzie:

$$B_2 \cdot ds \cdot \cos \beta,$$

a wchodzący do ośrodka o przenikliwości μ_1 :

$$-B_1 \cdot ds \cdot \cos \alpha.$$

Ze stosunku B_1 do B_2 wynika, że:

$$B_1 \cdot \cos \alpha = B_2 \cdot \cos \beta,$$

przeto:

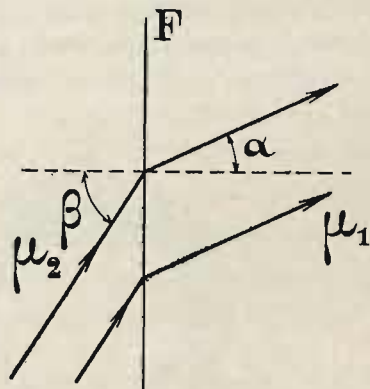
$$B_1 \cdot ds \cdot \cos \alpha = B_2 \cdot ds \cdot \cos \beta.$$

Ciągłość więc strumienia indukcji magnetycznej i w tym razie jest zachowana.

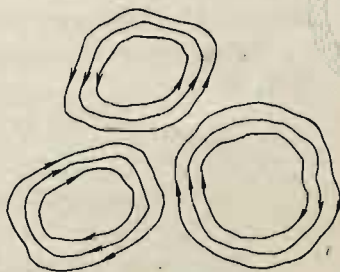
Z tych wszystkich rozumowań wynika, że strumień indukcji magnetycznej jest zawsze ciągły, a to jest możliwe tylko wtedy, gdy linie indukcji magnetycznej są liniami zamkniętymi.

Pole magnetyczne w dowolnym układzie ośrodków przedstawia się więc jako zespół zamkniętych strumieni indukcji magnetycznej (rys. 51).

Na wzmiankę zasługuje jednak wypadek, który pozornie wymyka się z pod tej zasady. Chodzi mi tu o pole magnetyczne, wywołane przez biegun magnetyczny północny lub południowy; z własności takiego pola korzystaliśmy nieraz i będziemy korzystali w dalszym ciągu. W tym wypadku linie sił wybiegają promieniami z bieguna magnetycznego, podobnie więc zachowują się i zgodne z nimi co do kierunku linie indukcji magnetycznej. Nie należy jednak zapominać, że jak wiemy z doświadczenia, magnesów jednobiegunowych nie ma, skoro więc mówimy tylko o jednym biegunie i tylko jego wpływ rozważamy, należy przypuścić, że drugi biegun magnesu znajduje się w odległości nieskończenie wielkiej, czyli, że magnes jest nieskończenie długi. Z przebiegu linii indukcji wokoło takiego magnesu zdamy sobie sprawę, o ile wyobrazimy sobie, że magnes przedstawiony na rys. 21 został wydłużony do tego stopnia, że przy wyznaczeniu kierunku linii na zewnątrz magnesu wokoło jednego bieguna obecność drugiego bieguna może być nie brana pod uwagę; natomiast wewnątrz magnesu linie indukcji zawsze będą biegły od jednego bieguna do drugiego, a więc ostatecznie zawsze to będą linie zamknięte.



Rys. 50.



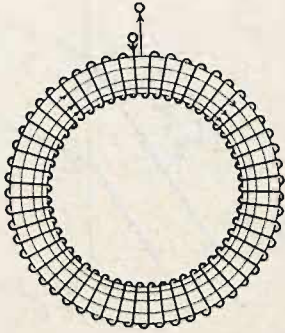
Rys. 51.

3. Rodzaje obwodów magnetycznych.

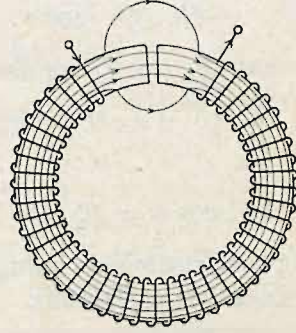
W elektrotechnice wszelkie obliczenia, dotyczące elektromagnesów lub magnesów stałych, dokonywane są na podstawie pojęcia obwodu magnetycznego.

Obwodem magnetycznym nazywamy szereg ciał, przez które przebiega strumień indukcji magnetycznej. Obwody magnetyczne mogą być doskonałe i niedoskonałe. Doskonałymi obwodami są takie, w których linie indukcji na całej swej długości przebiegają w żelazie. Gdy linie indukcji chociaż część szlaku zakreślają w powietrzu, wtedy obwód magnetyczny nazywamy niedoskonałym.

Najprostszy obwód doskonały stanowi pierścień żelazny, w którym przebiega



Rys. 52.

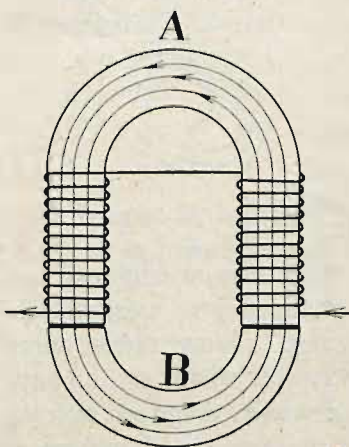


Rys. 53.

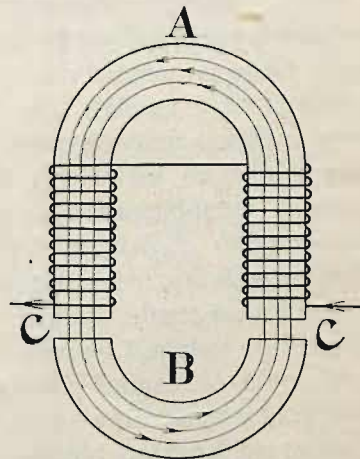
strumień magnetyczny, wywołany przez prąd, przepływający w uzwojeniu, tak, jak to widzimy na rys. 52.

Gdy taki pierścień rozetniemy (rys. 53), linie magnetyczne zmieniają swój kształt i część szlaku swego zakreślą w powietrzu, mamy więc tu obwód magnetyczny niedoskonały.

Na rys. 54 i 55 mamy jeszcze inne przykłady. Na tych rysunkach pokazany jest elektromagnes w kształcie podkowy — *A*, która magnesuje się prądem, prze-



Rys. 54.



Rys. 55.

biegającym w zwojnicy, i przyciąga kotwicę *B*. Gdy kotwica szczelnie przylega do podkowy (rys. 54), strumień magnetyczny, wskazany na rysunku kilku liniami, przebiega całkowicie w żelazie, obwód więc tego strumienia jest doskonały; nato-

miast na rys. 55, gdzie, wbrew sile przyciągania, kotwica jest trochę odsunięta od biegunów podkowy, obwód strumienia magnetycznego jest niedoskonały; strumień ten, w miejscach oznaczonych literą *C*, przebiega przez dwie warstwy powietrza.

Obwody magnetyczne znajdziemy wszędzie, gdzie istnieją linie indukcji. Obwód niedoskonały posiada strumień magnetyczny wytworzony przez prąd w zwojnicy owiniętej wokoło zwykłego kawałka żelaza, również niedoskonałym jest obwód strumienia magnetycznego zwojnicy z prądem bez rdzenia żelaznego. Magnesy stałe (rys. 21) również posiadają strumień indukcji magnetycznej, który ma swój obwód magnetyczny.

4. Związek pomiędzy siłą prądu a strumieniem indukcji magnetycznej.

Wzór ogólny obwodu magnetycznego. Rozważmy pole magnetyczne, wytworzone przez prąd elektryczny, przebiegający w zwojnicy (rys. 56). ¹⁾ Prąd ten wywołuje strumień magnetyczny, obejmujące częściowo lub całkowicie zwoje drutu.

Weźmy pod uwagę strumień indukcji magnetycznej, przebiegający w rurce *abc*.

Założmy przekrój rurki tak cienki, że będziemy mogli przyjąć natężenie indukcji w przekroju poprzecznym jako jednostajne. Ośrodek, w którym przebiegają linie indukcji, jest taki, iż kształt linii natężenia pola magnetycznego *H* oraz linii indukcji *B* jest jednakowy. Oznaczmy strumień, przebiegający w rurce *abc* przez *N*, przekrój poprzeczny prostopadły do linii magnetycznych w którymkolwiek miejscu przez *s*, przenikliwość magnetyczną ośrodka w tym miejscu przez μ , wtedy:

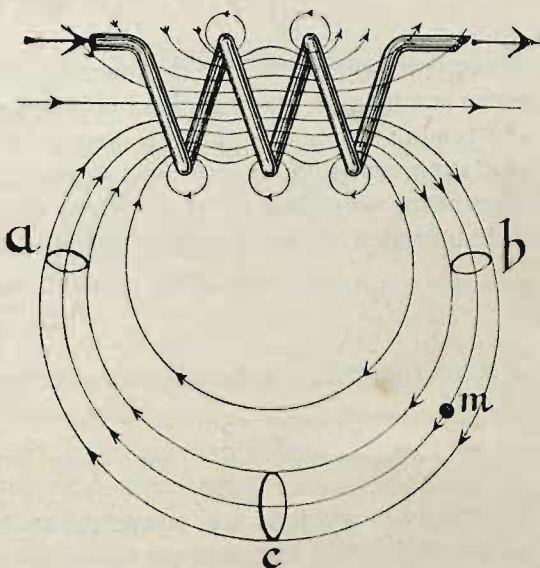
$$N = B \cdot s = \mu \cdot H \cdot s.$$

Oznaczmy następnie przez *dl* cząstkę średniej linii indukcji wewnątrz rurki *abc* i pomnóżmy obie strony powyższego równania przez *dl*; otrzymamy wtedy:

$$N \, dl = \mu \cdot s \cdot H \cdot dl,$$

albo:

$$N \frac{dl}{\mu \cdot s} = H \cdot dl.$$



Rys. 56.

¹⁾ Linie indukcji, wywołane przez przedstawioną zwojnicę, są w rzeczywistości bardziej rozbieżne w jednorodnym ośrodku nazwaną zwojnicą, niż to wskazano na rysunku, co miało na celu zmniejszenie jego wymiarów.

$$m \cdot \int_0 H \cdot dl = 4\pi \cdot m \cdot ni,$$

a więc

$$\int_0 H \cdot dl = 4\pi \cdot ni.$$

$\int_0 H \cdot dl$ wyrażamy zwykle w jednostkach bezwzględnych, natomiast i w amperach. Chcąc więc zachować znak równania, należy liczbę, wyrażającą siłę prądu podzielić przez 10, by zamienić ampery na jednostki bezwzględne. Wtedy będzie:

$$\int_0 H \cdot dl = \frac{4\pi}{10} \cdot ni = 1,256 \cdot ni.$$

Iloczyn ni przedstawia amperozwoje.

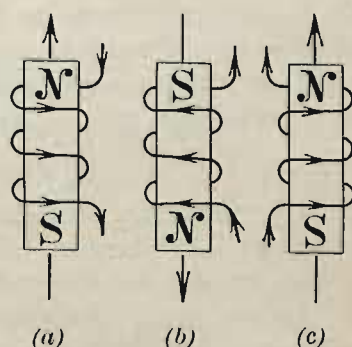
Podstawiając wartość całki: $\int_0 H \cdot dl$ w wyrazie strumienia indukcji magnetycznej, (patrz wzór a), będziemy mieli:

$$N = \frac{1,256 \cdot ni}{\int_0 \frac{dl}{\mu \cdot s}} \dots \dots \dots (b)$$

Przez analogię do prawa Ohma wyraz $1,256 \cdot ni$ nazywamy siłą magnetyczną, a $\int_0 \frac{dl}{\mu \cdot s}$ oporem magnetycznym.¹⁾

Siła magnetomotoryczna. Przedewszystkiem należy zwrócić uwagę na to, że jest to wielkość kierunkowa. Kierunek siły magnetomotorycznej wyznaczają linie sił, wywołane przez prąd w zwojnicy, do której ta siła magnetomotoryczna się stosuje. Na rys. 58 wskazana jest zależność kierunku siły magnetomotorycznej od kierunku prądu i od układu zwojów. Kierunek linii magnetycznych jest tu podany zgodnie z określeniem, wskazanym na rys. 1 str. 7; łatwo spostrzec, że do zwojnic z prądem może być zastosowane prawo śruby w inny, bardziej dogodny sposób. Jeśli śrubę z prawym gwintem ustawimy wzdłuż linii magnetycznych i będziemy ją obracać zgodnie z kierunkiem prądu w zwojnicy, wtedy ruch postępowy śruby wskaże kierunek linii magnetycznych, a więc i kierunek siły magnetomotorycznej zwojnicy.

Zgodnie z tym prawidem, na rys. 58 wskazane są kierunki prądów i linii magnetycznych, oraz podane nazwy biegunów, powstających na końcach rdzeni żelaznych, umieszczonych wewnątrz zwojnic. Biegun północny jest

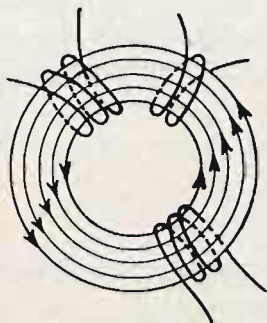


Rys. 58.

¹⁾ Dla jednostek bezwzględnych siły magnetomotorycznej niektórzy wprowadzają nazwę *dżilbert* (Gilbert), a dla jednostek bezwzględnych oporu magnetycznego — nazwę *ersztet* (Oerstedt).

zawsze tam, gdzie linie magnetyczne wychodzą z żelaza. Porównyując rys 58 (a) z 58 (b) widzimy, że kierunek siły magnetomotorycznej można odwrócić, zmieniając kierunek prądu, porównanie zaś rys. 58 (b) z 58 (c) wskazuje, że można również odwrócić kierunek siły magnetomotorycznej, zmieniając układ czyli kierunek zwojów, stosując np. zamiast prawego lewy, przyczem kierunek prądu w drutach należy pozostawić bez zmiany.

Jeżeli ten sam strumień magnetyczny przebiega kolejno przez kilka zwojnic z prądami i_1 , i_2 i i_3 i liczbą zwojów n_1 , n_2 , n_3 (rys. 59), to siła magnetomotoryczna wyraża się wzorem:



Rys. 59.

$$1,256 (n_1 i_1 + n_2 i_2 + n_3 i_3).$$

Dodawanie należy tu uskuteczyć algebraicznie, uwzględniając zależnie od znaków (—) i (+) kierunki sił magnetomotorycznych wzdłuż obwodu magnetycznego. Za kierunek dodatni przyjmuje się kierunek zgodny z biegiem wskazówki zegarka lub odwrotnie.

Opór magnetyczny. Całka $\int_0^l \frac{dl}{\mu s}$ wyraża całkowity

opór rurki abc (rys. 56)¹⁾. Ze wzoru widzimy, że opór ten określają wymiary rurki i własności magnetyczne ośrodka, w którym rurka przebiega. Z poprzedniego rozdziału wiemy, że przenikliwość magnetyczna żelaza zależy od indukcji magnetycznej, opór więc obwodu w żelazie jest wielkością zmienną, zależną od wielkości strumienia magnetycznego.

Pamiętać należy, że wzór (b) dla strumienia magnetycznego jest ścisły tylko w tym wypadku, gdy przekrój s strugi magnetycznej jest bardzo mały, wtedy bowiem tylko indukcja magnetyczna na całym przekroju poprzecznym może być przyjęta jako wielkość stała. W strugach grubych, np. w pierścieniu rys. 52 (str. 56), indukcja w pobliżu obwodu wewnętrznego jest większa niż przy obwodzie zewnętrznym; łatwo tego dowieść, dzieląc strumień magnetyczny na strugi drobne. Siła magnetomotoryczna dla wszystkich strug cząstkowych będzie jednakowa, lecz ponieważ struga znajdująca się najbliżej obwodu wewnętrznego jest najkrótsza, przeto opór jej jest najmniejszy, a więc strumień będzie tu największy. Uwydatniłem to na rysunku przez niesymetryczny układ linii indukcji.

5. Obwód magnetyczny doskonały.

Na podstawie podanej wyżej zależności pomiędzy prądem elektrycznym w zwojnicy a strumieniem indukcji magnetycznej, układają się następujące wzory przybliżone, stosowane w praktyce.

Rozważmy elektromagnes (rys. 60), w którym kotwica przylega szczelnie do podkowy. Doświadczenie wskazuje, że w tych warunkach tylko bardzo nieznaczna liczba linii magnetycznych przebiega częściowo w powietrzu; możemy przeto przyjąć w przybliżeniu, że cały strumień, wywołany przez zwojnicę, przebiega w żelazie, i na podstawie powyżej wyprowadzonego wzoru ogólnego dla obwodu doskonałego (rys. 60) napisać:

¹⁾ Opór magnetyczny według Hewiside'a nazywany także *reluktancją*.

$$N = \frac{1,256 \cdot n i}{\frac{l_1}{\mu_1 \cdot s_1} + \frac{l_2}{\mu_2 \cdot s_2}},$$

N — strumień indukcji magnetycznej w żelazie,

n — liczba zwojów zwojnicy,

i — siła prądu w drucie,

l_1 — długość średniej linii indukcji abc w podkowie,

l_2 — długość średniej linii indukcji adc w kotwicy,

s_1 — przekrój poprzeczny podkowy,

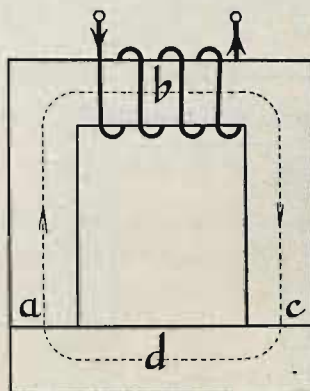
s_2 — przekrój poprzeczny kotwicy,

μ_1 — przenikliwość magnetyczna podkowy,

μ_2 — przenikliwość magnetyczna kotwicy.

$\frac{l_1}{\mu_1 \cdot s_1}$ wyraża opór magnetyczny podkowy, a $\frac{l_2}{\mu_2 \cdot s_2}$

opór magnetyczny kotwicy.



Rys. 60.

6. Obwód magnetyczny niedoskonały.

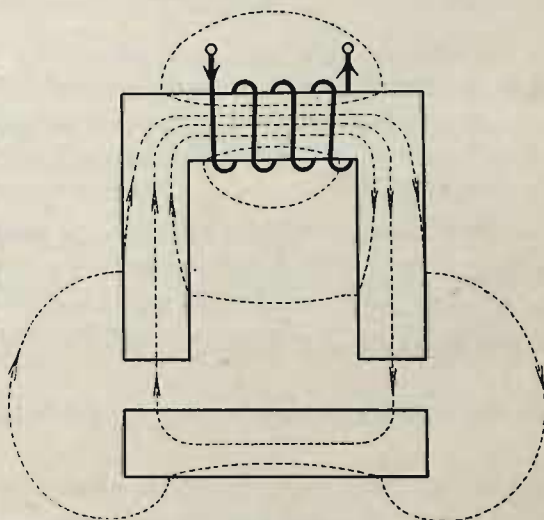
Gdy kotwica nie przylega do podkowy, obwód magnetyczny jest niedoskonały; wtedy sprawa staje się bardziej złożoną (rys. 61). W tym wypadku cały strumień magnetyczny, wytworzony przez zwojnicę, można podzielić na dwa strumienie: **główny**, przechodzący przez kotwicę, i **rozproszony**, który przez kotwicę całkiem nie przebiega i tylko część szlaku swego zakresła w podkowie a resztę w powietrzu. Otóż w elektromagnesie jest zawsze pewien przekrój, w danym razie w środku zwojnicy, przez który przechodzą oba strumienie, pomijając oczywiście pewną drobną liczbę linii magnetycznych, nieobejmujących wszystkich zwojów zwojnicy.

Stosunek całkowitego strumienia N_e do głównego N nazywamy **spółczynnikiem rozproszenia** obwodu magnetycznego i oznaczamy go przez σ , a więc

$$\sigma = \frac{N_e}{N},$$

ponieważ $N_e > N$, przeto σ będzie zawsze > 1 .

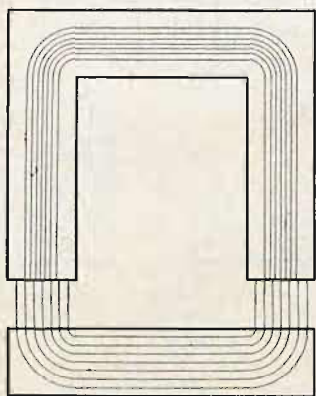
Wielkość tego współczynnika zależy przede wszystkim od grubości warstwy po-



Rys. 61.

wietrza pomiędzy podkową a kotwicą, następnie od własności magnetycznych żelaza i od indukcji magnetycznej w kotwicy i podkowie.

Największe znaczenie praktyczne ma wzór dla strumienia głównego, obejmującego oczywiście wszystkie zwoje zwojnicy i przebiegającego przez podkowę, szczeliny powietrzne i kotwicę. W kotwicy strumień ten wypełnia przekrój całkowity; również wchodzi on do podkowy przez cały przekrój powierzchni dolnych. Natomiast wewnątrz podkowy przebiega on tylko w części przekroju, ponieważ resztę zajmuje strumień rozproszony.



Rys. 62.

Celem uproszczenia wzoru, wyrażającego opór obwodu magnetycznego, czynimy zazwyczaj pewne przypuszczenia, zbliżone do rzeczywistości.

Najprostszy i praktycznie dość dokładny wzór otrzymamy dla rozważanego przykładu, zakładając, że strumień główny w podkowie zajmuje $\frac{1}{5}$ część całego przekroju podkowy na całej jej długości. Wtedy układ linii strumienia głównego przedstawi się, jak pokazano na rys. 62, a wzór dla tego strumienia, przy zastosowaniu oznaczeń podanych dalej, przybierze postać:

$$N = \frac{1,256 \cdot n i}{\frac{l_1 \cdot \sigma}{\mu_1 \cdot s_1} + \frac{2\delta}{s_3} + \frac{l_2}{\mu_2 \cdot s_2}}$$

gdzie σ — współczynnik rozproszenia,

s_3 — średni przekrój strumienia magnetycznego w powietrzu,

δ — średnia długość linii indukcji w szczelinie powietrznej pomiędzy podkową a kotwicą.

Inne oznaczenia są te same, co i w przykładzie poprzednim.

We wzorze powyższym $\frac{l_1 \cdot \sigma}{\mu_1 \cdot s_1}$ stanowi opór części obwodu magnetycznego strumienia N w podkowie, $\frac{2\delta}{s_3}$ — opór magnetyczny dwóch warstw powietrza, dla którego przenikliwość $\mu = 1$, i wreszcie $\frac{l_2}{\mu_2 \cdot s_2}$ — opór magnetyczny kotwicy.

7. Sposób praktyczny obliczania liczby amperozwojów.

Zagadnienia praktyczne, dotyczące obwodów magnetycznych, sprowadzają się zazwyczaj do obliczenia liczby amperozwojów, niezbędnych do wywołania pewnego strumienia w obwodzie, którego wymiary i materiał są wskazane.

Rozważmy np. wyrażenie dla obwodu niedoskonałego. Z tego wyrażenia wypada:

$$ni = 0,797 \cdot \frac{N}{s_1} \cdot \frac{\sigma}{\mu_1} \cdot l_1 + 0,797 \cdot \frac{N}{s_3} \cdot 2\delta + 0,797 \cdot \frac{N}{s_2} \cdot \frac{l_2}{\mu_2}.$$

Całkowita liczba amperozwojów składa się z trzech części. Pierwszą część stanowi liczba amperozwojów, niezbędna do wywołania strumienia magnetycznego w podkowie, drugą — do wywołania strumienia magnetycznego w szczelinie powietrznej, a trzecią — do wywołania strumienia magnetycznego w kotwicy.

Amperozwoje dla szczeliny powietrznej obliczamy wprost z drugiej części powyższego wyrażenia, zaokrąglając liczbę 0,797 do 0,8, przyczem $\frac{N}{s_3} = B$ wyraża indukcję magnetyczną w szczelinie w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych. Liczba zatem amperozwojów, niezbędna do wywołania indukcji B w szczelinie, wyniesie:

$$0,8 \cdot B \cdot 2\delta,$$

gdzie δ wyrażamy w centymetrach.

Natomiast amperozwoje dla kotwicy i dla podkowy obliczamy nie według powyższego wzoru, lecz nieco prościej.

Przenikliwość magnetyczna żelaza zależy, jak wiemy, od całego szeregu najróżniejszych czynników. Otóż z doświadczeń nad żelazem w kształcie pierścienia, posiadamy krzywe, wyrażające wprost zależność indukcji magnetycznej B od liczby amperozwojów niezbędnych do wywołania określonej indukcji w żelazie, przypadających na jeden centymetr długości linii indukcji.

Wspomniane krzywe, otrzymane z doświadczenia, są wskazane na rysunkach 63 i 64. ¹⁾ Sposób ich wykreślenia będzie rozważony przy pomiarach magnetycznych w rozdziale XXXVIII. Krzywa 1 dotyczy zwykłej blachy żelaznej, stosowanej do budowy dynamomaszyn, 2 — odlewów stalowych, 3 — blachy żelaznej nakrzemionej, a 4 dotyczy odlewów z żeliwa.

Wobec tego wystarczy obliczyć indukcję magnetyczną dla podkowy i dla kotwicy i znaleźć podług tej indukcji z wykresu odpowiednią liczbę amperozwojów na centymetr długości. Mnożąc tę liczbę przez długość średniej linii magnetycznej odpowiedniej części obwodu magnetycznego, otrzymamy szukaną liczbę amperozwojów.

Do lepszego zorientowania się w podanym tu sposobie obliczenia posłużyć może przykład następujący.

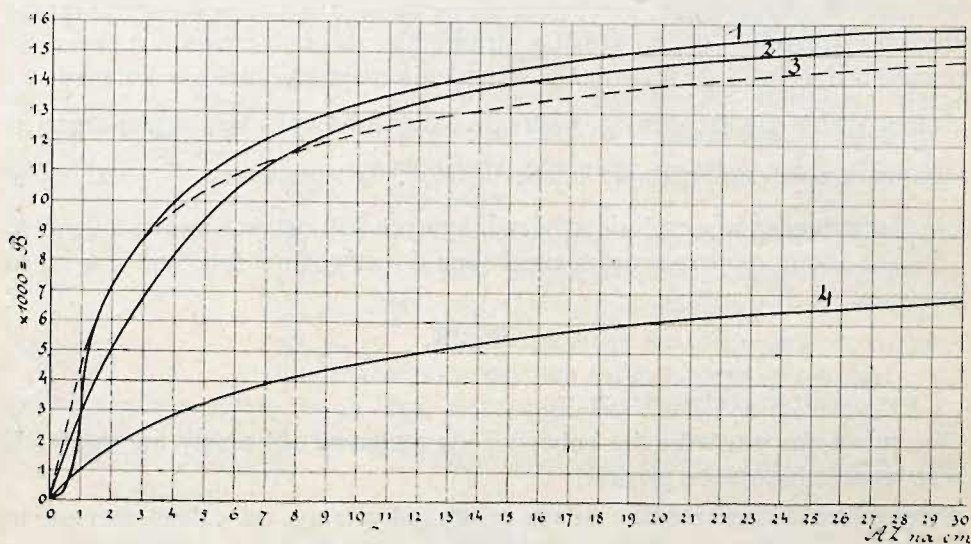
Mamy np. obliczyć amperozwoje potrzebne do wywołania określonego strumienia w elektromagnesie (rys. 61).

Założmy $N = 10^6$ c. g. s.: $s_1 = 100 \text{ cm}^2$, $s_2 = 200 \text{ cm}^2$, $s_3 = 100 \text{ cm}^2$, $\sigma = 1,1$, $\delta = 0,2 \text{ cm}$, $l_1 = 60 \text{ cm}$, $l_2 = 40 \text{ cm}$.

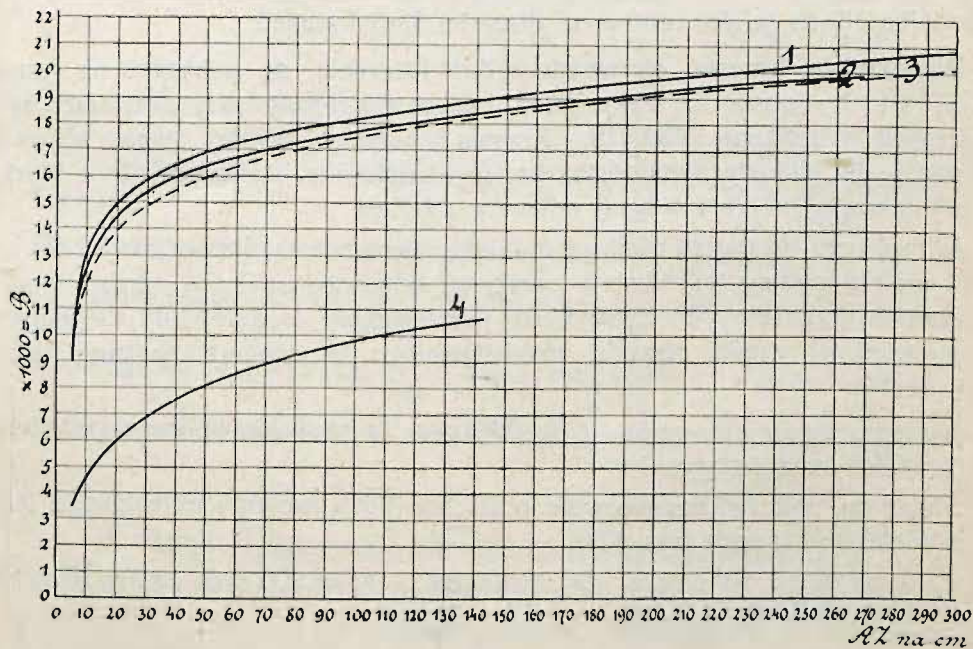
¹⁾ Oba rysunki przedstawiają te same linie wykreślone w różnych skalach, co ułatwia odczytywanie dokładne przy małej liczbie amperozwojów. Krzywe te są zaczerpnięte z niemieckiego kalendarza dla elektrotechników Uppenborna na r. 1914.

Indukcja w powietrzu będzie:

$$\frac{10^6}{100} = 10000 \text{ c. g. s.}$$



Rys. 63.



Rys. 64.

Liczba zatem amperozwojów niezbędna do wywołania strumienia magnetycznego w powietrzu wyniesie: $0,8 \cdot 10000 \cdot 2 \cdot 0,2 = 3200$.

Indukcja magnetyczna w podkowie będzie:

$$1,1 \cdot \frac{10^6}{100} = 11000,$$

a w kotwicy:

$$\frac{10^6}{200} = 5000.$$

Z wykresów na rys. 63 widzimy, że, dla odlewu stalowego i indukcji 11000 należy wziąć 6,8 amperozwojów na jeden centymetr długości linii indukcji, a ponieważ $l_1 = 60 \text{ cm}$, przeto dla wywołania strumienia magnetycznego w podkowie potrzeba $6,8 \times 60 = 408$ amperozwojów.

Przy indukcji 5000 wystarcza wziąć, jak widać z wykresu (rys. 63), 2 amperozwoje na jeden centymetr długości linii indukcji, a ponieważ $l_2 = 40 \text{ cm}$, zatem na całą kotwicę przypada $2 \times 40 = 80$ amperozwojów.

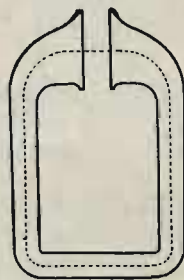
Tym sposobem zwojnica magnesująca powinna mieć ogółem $3200 + 408 + + 80 = 3688$ amperozwojów.

8. Obliczenie magnesów stałych, stanowiących obwód prawie doskonały. ¹⁾

Wzory obwodów magnetycznych mogą być także zastosowane do przybliżonego wyznaczenia strumienia magnetycznego szczątkowego w magnesie stałym.

Na rys. 65 widzimy magnes stały, namagnesowany w ten sposób, że linie indukcji przebiegają wokół znacznie większą część drogi w żelazie, a tylko nie wielką w powietrzu.

Oznaczmy strumień magnetyczny, przebiegający w żelazie i w szczelinie przez N . Zachodzące bowiem rozproszenie, jako nieznaczne, można pominąć. Oznaczmy długość linii średniej w żelazie przez l , a w powietrzu przez δ , średni przekrój żelaza — przez s , a przekrój strumienia w szczelinie powietrznej, prostopadły do linii indukcji — przez s' . Założmy następnie, że strumień ten został wywołany początkowo przez jakąś zwojnicę z prądem o ni amperozwojach. Możemy wówczas ułożyć zależność następującą:



Rys. 65.

$$1,256 \cdot ni = N \cdot \left(\frac{l}{\mu \cdot s} + \frac{\delta}{s'} \right),$$

albo:

$$1,256 \cdot ni = \frac{N \cdot l}{\mu \cdot s} + \frac{N \cdot \delta \cdot s}{s \cdot s'}.$$

Oznaczmy $\frac{N}{\mu \cdot s}$ przez H , a $\frac{N}{s}$ przez B , wtedy otrzymamy:

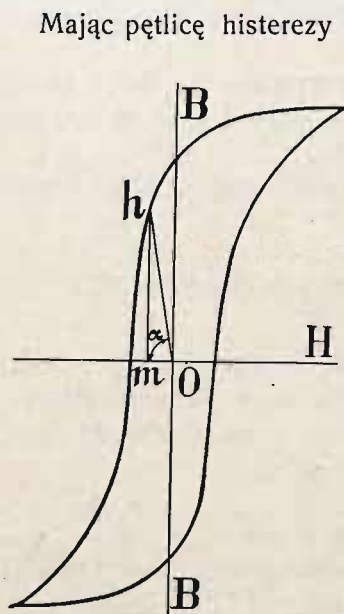
$$1,256 \cdot ni = H \cdot l + B \cdot \frac{\delta \cdot s}{s'},$$

¹⁾ Według Gerard'a.

skąd:

$$H = \frac{1,256 \cdot ni}{l} - B \cdot \frac{\delta \cdot s}{l \cdot s'},$$

Wielkość H nazywać będziemy natężeniem magnesującym. Składa się ono z dwóch części: jedną daje zwojnica magnesująca, drugą, odwrotną, wywołuje szczelina powietrzna, bo gdy $\delta = 0$, to i cały ten wyraz równa się zeru. Stały magnes, pozbawiony zwojnicy magnesującej, będzie oczywiście znajdował się pod wpływem rozmagnesowującego natężenia: $B \cdot \frac{\delta \cdot s}{l \cdot s'}$.



Rys. 66.

Mając pętlę histerezy dla danego gatunku żelaza (rys. 66), łatwo znaleźć sposobem wykresnym B przy $H = -B \cdot \frac{\delta \cdot s}{l \cdot s'}$.

Wystarczy tylko przeprowadzić prostą oh pod pewnym kątem α do osi H ; kąt ten musi być wybrany w ten sposób, aby

$$\tan \alpha = \frac{B}{H} = \frac{l \cdot s'}{\delta \cdot s}.$$

Mając więc wymiary żelaza, łatwo znaleźć α , a prowadząc prostą oh , znajdziemy odcinek mh , który wyraża wielkość indukcji istniejącej w żelazie B po przerwaniu prądu.

W magnesach tego rodzaju, stosowanych w praktyce do galwanometrów, stosunek $\frac{l \cdot s'}{\delta \cdot s}$ równa się około 200.

Tak wielka liczba osiąga się głównie przez zmniejszenie grubości szczeliny powietrznej δ i przez zwiększenie jej przekroju s' .

Chcąc obliczyć indukcję w powietrzu, należy B zmniejszyć w stosunku $\frac{s}{s'}$; indukcja w powietrzu będzie przeto:

$$B' = B \cdot \frac{s}{s'}.$$

ROZDZIAŁ VIII.

Samoindukcja.

Pole magnetyczne, istniejące wokoło przewodników z prądem, ma wpływ na przebieg samego prądu. Wpływ ten nazywamy samoindukcją.

Samoindukcja powstaje tylko przy prądzie zmiennym, t. j. wtedy, gdy pole magnetyczne wokoło prądu zmienia się. Zjawiska, zachodzące wtedy w obwodzie elektrycznym, dają się wyjaśnić przez powstawanie w przewodniku siły elektromotorycznej samoindukcji.

Najbardziej charakterystyczną własnością siły elektromotorycznej samoindukcji jest jej kierunek, który, jak wiemy z doświadczenia, jest zawsze taki, że siła elektromotoryczna przeciwdziała zmianom, zachodzącym w prądzie. Gdy prąd wzrasta, kierunek siły elektromotorycznej samoindukcji jest odwrotny względem kierunku prądu, gdy natomiast prąd się zmniejsza, jest on zgodny z kierunkiem prądu.

Zjawisko samoindukcji jest wypadkiem szczególnym indukcji prądów, zachodzącej pod wpływem zmian, w jakichkolwiek polach magnetycznych w pobliżu przewodnika.

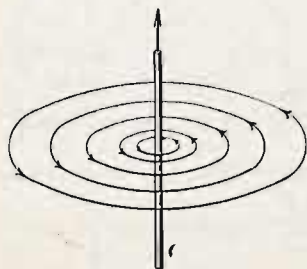
1. Pojęcia zasadnicze. Prawo indukcji prądów stwierdza, że wielkość siły elektromotorycznej indukcji w przewodniku wyraża się ilościowo strumieniem indukcji magnetycznej, przeciętym przez przewodnik w jednostce czasu. ¹⁾

Określenie to jest zupełnie zrozumiałe, bez dokładniejszego wyjaśnienia, gdy przewodnik porusza się w polu magnetycznym. Tymczasem w zjawisku samoindukcji mamy zwykle do czynienia z przewodnikiem nieruchomym. Dla uzmysłowienia więc znaczenia słów w powyższym prawie musimy sobie wyobrazić, że podczas zmiany prądu elektrycznego linje magnetyczne są w ruchu. Przy wzroście prądu linje magnetyczne oddalają się od przewodnika, po którym płynie prąd, wywołujący te linje, a przy zmniejszaniu się prądu linje zbliżają się do tego przewodnika. Można nawet wyobrazić sobie, że przy powstawaniu prądu linje magnetyczne wyłaniają się z przewodnika, a przy znikaniu prądu przewodnik pochłania te linje.

Rozważając kawałek przewodnika, stanowiącego część obwodu zamknięte-

¹⁾ Patrz rozdział XVIII, O przemianie pracy mechanicznej na pracę prądu, i rozdz. XIX O powstawaniu energii pola magnetycznego skutkiem pracy prądu.

go (rys. 67), można sobie wyobrazić, że linie magnetyczne, powstają i znikają przy zmianach siły prądu i , przecinając przewodnik, wywołują tym sposobem odpowiednią siłę elektromotoryczną samoindukcji.



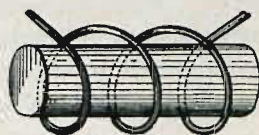
Rys. 67.

Gdy mamy długi prosty przewodnik, ¹⁾ po którym płynie prąd zmienny, to siłę elektromotoryczną samoindukcji wywoływać będą w danym kawałku przewodnika tylko te linie, które w nim powstały. Gdybyśmy jednak drut zwinęli tak, jak to widzimy na rys. 68 a, znaczna liczba linii magnetycznych, wywołanych przez pewien zwoj, przecięłaby też inne zwoje i siła elektromotoryczna wypadkowa byłaby większa, niż poprzednio. Tę wypadkową siłę elektromotoryczną również nazywamy siłą elektromotoryczną samoindukcji.

Przez umieszczenie wewnątrz zwojnicy rdzenia żelaznego (rys. 68 b), możemy jeszcze bardziej zwiększyć siłę elektromotoryczną samoindukcji. Strumień magnetyczny, powstający wewnątrz zwojnicy, przy tej samej sile prądu, co poprzednio, będzie teraz większy wobec tego, że żelazo ma wielką przenikliwość magnetyczną.



Rys. 68 a.



Rys. 68 b.

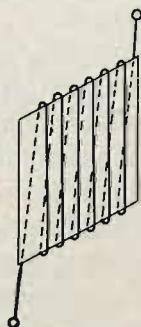
Chcąc osłabić siłę elektromotoryczną samoindukcji w przewodniku, należy zmniejszyć, o ile tylko można, strumień magnetyczny, wywołany przez prąd. W tym celu przewodnik, prowadzący prąd, można złożyć we dwoje, jak to wskazano na rys. 69. Nazewnierz takiej pętlicy strumienie magnetyczne od obydwu jej gałęzi bez mała znoszą się wzajemnie; zniósłby się one zupełnie, gdyby obie gałęzie mogły zająć w przestrzeni ściśle jedno i to samo miejsce.



Rys. 69.



Rys. 70.



Rys. 71.

Gdy drut długi złożymy we dwoje i zwiniemy go w kształcie zwojnicy, nazwiemy taką zwojnicę zwinietą bifilarnie. Można także ułożyć długi drut zygzakiem, jak to wskazano na rys. 70, lub też nawinąć na bardzo cienką płytkę z materiału izolacyjnego (rys. 71); w tych wszystkich wypadkach samoindukcja będzie bardzo mała.

2. Wzór ogólny współczynnika samoindukcji. Ponieważ zjawisko samoindukcji jest wypadkiem szczególnym indukcji prądów, wzory, dotyczące zjawiska samoindukcji, wyprowadzamy ze wzoru

¹⁾ Zakładamy, że inne części obwodu zamkniętego, którego część stanowi rozważany przewodnik, znajdują się w znacznej odległości od rozważanej części przewodnika.

dla indukcji prądów, podanego dalej w rozdziale XVIII. W tym celu zastosujemy wzór, wyrażający siłę elektromotoryczną indukcji w obwodzie, obejmującym zmienny strumień indukcji magnetycznej. W rozdziale XVIII wyprowadzono, że, gdy strumień indukcji N_t , objęty przez pewien obwód elektryczny w chwili t , zmienia się o dN_t w czasie dt , w obwodzie tym powstaje w chwili t siła elektromotoryczna indukcji, wyrażona wzorem:

$$E_t = - \frac{dN_t}{dt}.$$

Wzór ten wyraża np. siłę elektromotoryczną indukcji, powstającą w pierścieniu (rys. 72 a), obejmującym wiązkę linii magnetycznych, które przedstawiają obrazowo strumień magnetyczny.

Gdy obwód elektryczny obejmuje pewien strumień wielokrotnie (rys. 72 b), w każdym zwoju powstaje siła elektromotoryczna, wyrażona powyższym równaniem. Wszystkie te siły elektromotoryczne skierowane są w drucie w jedną stronę, a więc dodają się arytmetycznie. Cała siła elektromotoryczna indukcji, powstająca w takim obwodzie, zależy od liczby zwojów, obejmujących strumień. Oznaczmy liczbę tych zwojów przez n , a strumień magnetyczny, objęty w chwili t każdym zwojem, przez N_t . Gdy strumień ten w czasie dt zmienia się o dN_t , całą siłę elektromotoryczną, powstającą w rozważanym obwodzie, wyrażamy wzorem:

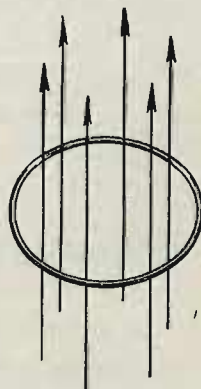
$$E_t' = - \frac{dN_t}{dt} \cdot n.$$

Znak minus określa tu kierunek siły elektromotorycznej indukcji. Gdy dN_t jest dodatnie, a więc strumień indukcji magnetycznej **wzrasta**, kierunek siły elektromotorycznej jest **przeciwny** kierunkowi prądu, który według prawidła śruby wywołałby objęty obwodem strumień magnetyczny. Gdy zaś dN_t jest ujemne — strumień indukcji magnetycznej **zmniejsza się**, wtedy kierunek siły elektromotorycznej indukcji jest **zgodny** z kierunkiem powyższego prądu.¹⁾

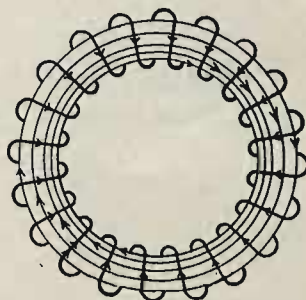
Jeżeli strumień magnetyczny N_t w powyższych przykładach został wywołany przez prąd, płynący w tym obwodzie, gdzie rozważamy siłę elektromotoryczną indukcji, to mamy tu do czynienia z samoindukcją. Siłę elektromotoryczną samoindukcji oznaczać będziemy przez E_s .

Rozważmy przykład najprostszy (rys. 72 a). Siła elektromotoryczna samoindukcji wyraża się tu wzorem:

$$E_{st} = - \frac{dN_t}{dt}.$$



Rys. 72 a.



Rys. 72 b.

¹⁾ Wynika to z wywodów podanych w rozdziale XVIII.

Założmy, że w pierścieniu w chwili t płynie prąd i_t . Strumień magnetyczny, wywołany przez prąd jest proporcjonalny do siły prądu, a współczynnik proporcjonalności jest stały, o ile przenikliwość magnetyczna ośrodka ma wartość stałą. Oznaczmy ten współczynnik przez L , wtedy mamy:

$$N_t = L \cdot i_t,$$

a więc:

$$d N_t = d (L \cdot i_t)$$

i:

$$E_{st} = - \frac{d (L \cdot i_t)}{d t}.$$

Gdy L ma wartość stałą, niezależną od i , wtedy:

$$E_{st} = - L \cdot \frac{d i_t}{d t}.$$

W drugim wypadku, gdy mamy zwojnicę (rys. 72b), składającą się z n zwojów, obejmujących strumień N_t , ¹⁾ wzory dla siły elektromotorycznej samoindukcji będą nieco inne:

$$E_{st}' = - \frac{d N_t}{d t} \cdot n.$$

Ponieważ n jest wielkością stałą, możemy napisać:

$$E_{st}' = - \frac{d (n \cdot N_t)}{d t}.$$

Oznaczmy przez L' współczynnik, przez który należy pomnożyć siłę prądu, aby otrzymać wyraz $n \cdot N_t$, a więc:

$$L' = \frac{n \cdot N_t}{i_t}, \quad (1)$$

albo

$$n N_t = L' \cdot i_t$$

i

$$d (n N_t) = d (L' \cdot i_t),$$

wtedy:

$$E_{st}' = - \frac{d (L' \cdot i_t)}{d t} \quad (2)$$

Gdy L' jest wielkością stałą, niezależną od i_t , wtedy:

$$E_{st}' = - L' \frac{d i_t}{d t} \quad (3)$$

Wielkości L i L' nazywamy współczynnikami samoindukcji odpowiednich obwodów.

Wzór (1) dla L' jest ogólniejszy, według niego więc określimy pojęcie współczynnika samoindukcji pewnego obwodu jako: stosunek strumienia magnetycznego

¹⁾ Gdy prąd przebiega w takiej zwojnicy, zjawiają się jeszcze strugi magnetyczne, które obejmują tylko po jednym lub po kilka zwojów; strugi te tu pomijamy.

go, pomnożonego przez liczbę zwojów obwodu elektrycznego, obejmującego ten strumień, do siły prądu elektrycznego, który ten strumień wywołał.

Jeżeli założymy, że w pewnym obwodzie elektrycznym przepływa prąd, którego siła równa się jednostce, to liczbowo współczynnik samoindukcji tego obwodu równa się strumieniowi magnetycznemu, wywołanemu przez ten prąd, pomnożonemu przez liczbę zwojów, które ten strumień obejmuje.

Gdy prąd i strumień wyrażone są w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych, to i wartość współczynnika samoindukcji wyrazi się w tych samych jednostkach. Praktyczna jednostka współczynnika samoindukcji, odpowiadająca woltom i amperom, nosi nazwę henry. Jeden henry równa się 10^9 bezwzględnych jednostek elektromagnetycznych.¹⁾

Uwzględniając wzór dla obwodu magnetycznego w paragrafie 4 rozdziału VII, możemy wyrazić współczynnik samoindukcji inaczej.

Zależność strumienia magnetycznego od siły prądu w zwojnicy wyraża się według rozdziału VII wzorem:

$$N_t = \frac{1,256 \cdot n \cdot i_t}{\int_0 \frac{dl}{s \cdot \mu}}.$$

Załóżmy, że i wprowadzamy w bezwzględnych jednostkach elektromagnetycznych i oznaczmy opór magnetyczny przez R , wtedy będzie:

$$N_t = \frac{12,56 \cdot n \cdot i_t}{R},$$

lub inaczej:

$$N_t = \frac{4 \pi \cdot n \cdot i_t}{R}.$$

Mając na względzie wzór (1), otrzymamy:

$$L' = \frac{4 \pi \cdot n^2}{R} \dots \dots \dots (4)$$

Wzór ten wykazuje, że współczynnik samoindukcji jest wprost proporcjonalny do drugiej potęgi liczby zwojów zwojnicy i odwrotnie proporcjonalny do oporu magnetycznego obwodu strumienia, wywołującego samoindukcję.

O ile opór ten jest stały, np. gdy strumień magnetyczny przebiega całkowicie w powietrzu, to i współczynnik samoindukcji jest stały.

Gdy obwód magnetyczny składa się z powietrza i żelaza, nieraz również dość dokładnie współczynnik ten można uważać za stały. Opór magnetyczny jest odwrotnie proporcjonalny do przenikliwości magnetycznej ośrodka, więc nawet przy jednakowej długości średniej linii strumienia w powietrzu i w żelazie, w normalnych warunkach magnesowania, stały opór magnetyczny powietrza jest tysiące razy większy od zmiennego oporu żelaza.²⁾

¹⁾ Patrz dowodzenie w rozdziale XXVII.

²⁾ Pamiętać jednak należy, że rozumowanie tego rodzaju jest słuszne tylko wtedy, gdy współczynnik samoindukcji stosujemy do takich zmian prądu elektrycznego, przy których stan magnetyczny żelaza zmienia się nie wiele.

Wogóle obwód elektryczny może obejmować kilka różnych strumieni magnetycznych, zawsze jednak dla dowolnego obwodu elektrycznego w sposób podobny, jak poprzednio, możemy znaleźć współczynnik samoindukcji, który daje możliwość wyrażenia siły elektromotorycznej samoindukcji wzorem (2) lub (3).

Współczynnik samoindukcji, jak to widzimy ze wzoru (4), zależy od postaci geometrycznej obwodu elektrycznego i od własności magnetycznych otaczającego ośrodka; współczynnik ten wyraża magnetyczne własności obwodu elektrycznego.

W praktyce stosujemy nieraz współczynniki samoindukcji nie tylko dla całych obwodów, lecz i dla części tych obwodów. Wtedy w podanym wyżej określeniu współczynnika samoindukcji mamy na myśli strumień magnetyczny, który wywołuje tylko rozważana część obwodu, gdy w niej płynie prąd elektryczny.

3. Współczynnik samoindukcji zwojnicy pierścieniowej. Rozważmy zwojnicę (rys. 32), która ma n zwojów i jest nawinięta na pierścieniu o przekroju poprzecznym $s \text{ cm}^2$. Długość średniej linii strumienia magnetycznego oznaczmy przez l , a przenikliwość magnetyczną materiału, z którego zrobiony jest pierścień przez μ . Opór obwodu magnetycznego wyrażamy tu wzorem przybliżonym:

$$R = \frac{l}{s \cdot \mu}.$$

Zatem według wzoru (4):

$$L = \frac{4 \pi \cdot n^2}{l} \cdot s \mu.$$

4. Współczynnik samoindukcji zwojnicy długiej i cienkiej. Mając zwojnicę cienką i długą (rys. 73), możemy przyjąć w przybliżeniu, że wszystkie zwoje obejmują ten sam strumień magnetyczny i że opór obwodu magnetycznego zeewnątrz zwojnicy jest bardzo mały w porównaniu do oporu obwodu magnetycznego wewnątrz zwojnicy.

Oznaczmy długość zwojnicy przez l , przekrój poprzeczny przez s , a przenikliwość magnetyczną ośrodka przez μ . Wtedy opór magnetyczny będzie:

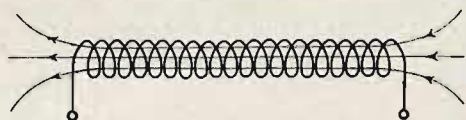
$$R = \frac{l}{s \cdot \mu},$$

a więc wyraz dla współczynnika samoindukcji otrzymamy według wzoru (4) następujący:

$$L = \frac{4 \pi \cdot n^2}{l} \cdot s \mu.$$

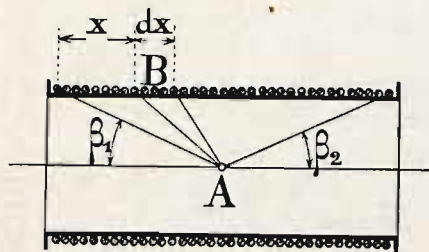
Możemy drogą ścisłego rozumowania przekonać się, że zrobione powyżej przypuszczenia są zgodne z wynikami wywodów ścisłych, które w dalszym ciągu przytaczam.

Przedewszystkim wyprowadzimy wzór dla natężenia pola w punkcie A , znajdującym się na osi przewodnika kołowego o promieniu R (rys. 74), po którym



Rys. 73.

Prąd ten, wytworzy w punkcie A natężenie pola, które, według wzoru (5) możemy wyrazić w sposób następujący:



$$dH = \frac{2\pi j \cdot dx}{R} \cdot \sin^3 \beta.$$

Kąt β tworzy oś zwojnicy z prostą, przeprowadzoną z punktu A do punktu B na obwodzie zwojnicy (patrz rys. 76).

Natężenie pola w punkcie A od całej zwojnicy będzie:

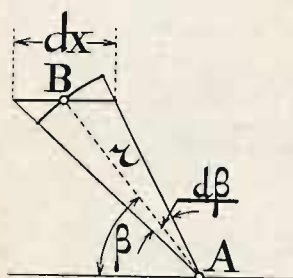
$$H = \int \frac{2\pi \cdot j \cdot dx}{R} \cdot \sin^3 \beta \quad (7)$$

Długość dx można zastąpić przez łuk, odpowiadający $< d\beta$, zakreślony z punktu A promieniem $AB = r$. Długość tego łuku będzie:

$$r \cdot d\beta.$$

Z rys. 76 widzimy, że

$$dx = \frac{r \cdot d\beta}{\sin \beta},$$



Rys. 75 i 76.

a uwzględniając, że średnica zwojnicy $= 2R$:

$$R = r \cdot \sin \beta.$$

Przez podstawienie ostatnich wyrazów we wzór (7), otrzymamy:

$$H = \int_{\beta_1}^{180^\circ - \beta_2} 2\pi j \cdot \sin \beta \cdot d\beta,$$

lub po zcałkowaniu: $H = 2\pi \cdot j \cdot \left[-\cos \beta \right]_{\beta_1}^{180^\circ - \beta_2},$

lub też: $H = 2\pi \cdot j \cdot (\cos \beta_1 + \cos \beta_2).$

Ze wzoru (6) mamy:

$$j = \frac{n \cdot i}{l},$$

przeto:

$$H = \frac{2\pi \cdot n i}{l} (\cos \beta_1 + \cos \beta_2).$$

Gdy zwojnica jest bardzo długa w porównaniu do średnicy, natężenie pola w pobliżu środka znajdziemy, zakładając $\beta_1 = \beta_2 = 0$. $\cos 0^\circ = 1$, w tych zatem warunkach:

$$H = \frac{4\pi \cdot n i}{l} \quad 1)$$

1) Gdy $l = 20 R$, na osi zwojnicy, pomiędzy punktami, odległymi od końców na $\frac{1}{16} l$, H zmienia się mniej niż o 1%, a pomiędzy punktami odległymi od końców o $\frac{1}{6} l$ mniej, niż o 0,1% (według W. Webera).

Przyjmując, że natężenie pola mało się zmienia przy przesuwaniu wzdłuż i w poprzek zwojnicy długiej a cienkiej i oznaczając przez s pole przekroju poprzecznego takiej zwojnicy, otrzymamy strumień indukcji magnetycznej wewnątrz zwojnicy:

$$N = \mu H \cdot s = \frac{4\pi \cdot n i}{l} \cdot s \cdot \mu.$$

Strumień objęty wszystkimi zwojami:

$$N \cdot n = \frac{4\pi \cdot n^2 \cdot i}{l} \cdot s \mu.$$

Spółczynnik samoindukcji równa się liczbowo temu całemu strumieniowi przy prądzie równym jednostce, zatem:

$$L = \frac{4\pi \cdot n^2}{l} \cdot s \cdot \mu \dots \dots \dots (8)$$

Jest to wzór przybliżony; w rzeczywistości współczynnik samoindukcji jest mniejszy, ponieważ nie wszystkie zwoje obejmują cały strumień.

5. Przykłady obliczenia współczynnika samoindukcji. I. Długa, cienka zwojnica (rys. 73) składa się z 1000 zwojów w jednej warstwie, długość jej wynosi 100 *cm*, a średnica każdego zwoju 3 *cm*. Zwojnica jest nawinięta na rdzeniu drewnianym.

Przy tych założeniach wartość poszczególnych wielkości we wzorze (8) jest następująca: $n = 1000$, $l = 100$ *cm*, $s = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} = 7,069$ *cm*², $\mu = 1$. Podstawiając te liczby we wzór (8), otrzymamy:

$$L = \frac{4 \cdot \pi \cdot 1000^2}{100} 7,069 = 887500 \text{ c. g. s.}$$

Ponieważ jeden henry = 10⁹ c. g. s., przeto:

$$L = 0,0008875 \text{ henry.}$$

II. Stan magnetyczny elektromagnesu, przedstawionego na rys. 61, jest określony przez liczby podane w przykładzie, przytoczonym w rozdziale VII § 7. Obliczyć należy współczynnik samoindukcji dla zwojnicy magnesującej, zakładając, że składa się ona z 1000 zwojów.

Obliczenie możemy przeprowadzić w sposób dwojaki.

Chcąc otrzymać wyniki dość dokładne dla celów praktycznych, możemy założyć, że samoindukcję wywołuje tylko strumień główny. Wtedy, stosując dla obliczenia współczynnika samoindukcji wzór (4) niniejszego rozdziału, obliczymy przedewszystkiem opór magnetyczny obwodu strumienia głównego (rys. 62). Stosować będziemy oznaczenia i liczby przyjęte w przykładzie, rozważonym w rozdziale VII, § 7:

$$R = \frac{l_1}{\mu_1 \cdot \frac{s_1}{\sigma}} + \frac{2\delta}{s_3} + \frac{l_2}{\mu_2 \cdot s_2}.$$

Wartość współczynników μ_1 i μ_2 zależy od indukcji i gatunku materiału. Z obliczeń w przykładzie, podanym w paragrafie 7 rozdziału VII, wynika, że indukcja w podkowie wynosi 10000, a w kotwicy 5000.

Przypuśćmy, że mamy tu do czynienia z żelazem kutym, możemy wówczas skorzystać z krzywej dla μ , podanej na rys. 35. Zestawiając krzywe (rys. 34 i 35), widzimy, że indukcji magnetycznej 10000 odpowiada $\mu_1 = 2700$, a indukcji 5000— $\mu_2 = 3300$.

Podstawiając zatem wartość liczbową wielkości poszczególnych we wzór powyższy, otrzymamy:

$$R = \frac{60}{2700 \cdot \frac{100}{1,1}} + \frac{2 \cdot 0,2}{100} + \frac{40}{3300 \cdot 200} =$$

$$= 0,000245 + 0,004 + 0,000061 = 0,004306.$$

A więc:

$$L = \frac{4\pi n^2}{R} = \frac{4\pi \cdot 1000^2}{0,004306} = 2915 \cdot 10^6 \text{ c. g. s.},$$

albo:

$$L = 2915 \cdot 10^6 \cdot 10^{-9} = 2,92 \text{ henry}.$$

Można przeprowadzić obliczenie, unikając wprowadzania wielkości μ . Według powyższej teorii, współczynnik samoindukcji równa się ilościowo strumieniowi magnetycznemu, który odpowiada jednostce prądu, wziętemu tylokrotnie, ile zwojów obwodu elektrycznego obejmuje ten strumień.

Posiłkując się tym określeniem, postępujemy w sposób następujący:

Z danych przykładu, obliczonego w § 7 rozdziału VII widzimy, że strumień magnetyczny wynosi 10^6 c. g. s., a z obliczeń tam przeprowadzonych wynika, że strumień ten powstaje pod wpływem 3688 amperozwojów. Gdy zwojnica ma 1000 zwojów, prąd w drutach zwojnicy wynosi:

$$\frac{3688}{1000} = 3,688 \text{ ampera} = 0,3688 \text{ c. g. s.}$$

Cały zaś strumień magnetyczny, objęty przez 1000 zwojów, będzie:

$$10^6 \cdot 1000 \text{ c. g. s.}$$

Strumień zaś, przypadający na bezwzględną jednostkę siły prądu, stanowi:

$$\frac{10^6 \cdot 1000}{0,3688} = 2,71 \cdot 10^9 \text{ c. g. s.}$$

A więc w powyższych warunkach współczynnik samoindukcji zwojnicy magnetycznej wynosi 2,71 henry.

Różnica w wynikach, przytoczonych wyżej dwóch obliczeń, pochodzi od pewnej dowolności w wyborze współczynnika μ .

Ze względu na zmienność współczynnika μ w zależności od siły prądu magnetycznego, wyznaczony tu współczynnik samoindukcji może być stosowany tylko przy małych zmianach siły prądu.